

Evaluación del empuje sísmico en muros de contención en base a un perfil de aceleraciones de campo libre

Gabriel Candia (1); Carola Sanhueza (2); Nicholas Sitar (3)

(1) *Facultad Ingeniería Civil Universidad del Desarrollo; Escuela de Construcción Civil PUC; Centro Nacional de Investigación para la Gestión Integrada de Desastres Naturales CONICYT/FONDAP/15110017*

(2) *Escuela de Construcción Civil Pontificia Universidad Católica de Chile*

(3) *Edward G. Cahill and John R. Cahill Professor, Dept. of Civil and Environmental Engineering, UC Berkeley, Berkeley, CA, USA*

gcandia@udd.cl, csanhuep@uc.cl, sitar@ce.berkeley.edu

Resumen

Las estructuras de contención diseñadas con métodos de equilibrio límite han tenido un excelente desempeño durante sismos de gran magnitud. Entre los factores que explican el buen desempeño sísmico de estos sistemas, es que los métodos típicamente desprecian la contribución de resistencia por cohesión y sobreestiman la magnitud de las fuerzas de inercia. Este estudio presenta una re-evaluación de la teoría general de empujes sísmicos propuesta por Okabe para incluir los efectos de la flexibilidad y disipación de energía en el relleno. Para el cálculo de las fuerzas de inercia, el perfil de aceleraciones en el relleno se derivó a partir de la ecuación de ondas en un medio visco-elástico. Se realizó un estudio paramétrico y se determinó que la componente sísmica del empuje disminuye significativamente para aceleraciones entre 0.4g-0.6g. Estos resultados son consistentes con los empujes medidos en modelos experimentales en mesas centrifugas y con el desempeño de muros en sismos recientes.

Palabras-Clave: Mononobe Okabe, muros de contención, fuerzas de inercia, equilibrio límite

Abstract

Retaining structures designed with limit equilibrium methods have performed well in earthquakes of substantial magnitude. Among the factors that account for this good performance is that traditional methods of analysis neglect the additional strength due to cohesion and that inertial forces are generally overestimated. This study presents a re-evaluation of the general theory of earth pressures developed by Okabe to include the effects of the backfill flexibility and energy dissipation. In the calculation of seismically induced inertial forces, the profile of accelerations is derived from a rigorous solution of the wave equation in free field conditions on a viscoelastic medium. A parametric analysis was performed and the results indicate that the seismic component of the earth pressure resultant decreases significantly for PHA between 0.4g-0.6g in comparison to standard methods. These results are consistent with the latest experimental models conducted in the geotechnical centrifuge.

Keywords: Mononobe Okabe, retaining walls, inertial forces, limite equilibrium

1 Introducción

Uno de los primeros métodos para el cálculo de empujes sísmicos de suelo en estructuras de contención fue desarrollado por Okabe luego del gran terremoto de Kwanto, 1923 [1]. Posteriormente, Mononobe y Matsuo [3] validaron la teoría de Okabe mediante ensayos en mesas vibratorias y desarrollaron un método simple para el cálculo de empujes sísmicos en suelos granulares y muros de baja altura. Este método, conocido en adelante como la teoría de Mononobe-Okabe (M-O), fue adoptado en la práctica como el estándar para el diseño sísmico de muros de contención, y en general, las estructuras diseñadas con este método han tenido un comportamiento excepcional en sismos de gran magnitud [4]. Sin embargo, en muchas ocasiones el método es utilizado más allá de sus capacidades y sin considerar las limitaciones que se derivan de sus hipótesis básicas.

En este estudio se discuten los supuestos y aplicabilidad de los métodos de empuje sísmico basados en equilibrio límite, y se propone una extensión a la teoría de Okabe y M-O para incorporar la flexibilidad del relleno, y la distribución de aceleraciones en el suelo obtenidas a partir de registros de aceleración reales. Se realizó un análisis de sensibilidad para evaluar la influencia de los parámetros del modelo y se observó una reducción significativa del empuje para rellenos cohesivos y friccionales. Estos resultados son consistentes con datos experimentales recientes en la centrifuga geotécnica.

2 Estado del arte: métodos de análisis y resultados experimentales

El método de Okabe para el cálculo de empujes sísmicos es una extensión de la teoría de Coulomb [2], para incluir las fuerzas sísmicas que actúan en un bloque de suelo que desliza a trasdós del muro. La teoría de Okabe pertenece a la familia de métodos rígido-plásticos o métodos de equilibrio límite, y está basado en el supuesto que el muro de contención se desplaza lo suficiente para generar un estado de tensiones activa en el relleno y que el suelo satisface el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Asimismo, se asume en el instante previo al deslizamiento que el suelo moviliza la resistencia al corte en un plano de falla lineal que pasa por la base del muro. La aceleración del suelo se asume uniforme en todo el relleno y se incorpora en la formulación como fuerzas de inercia equivalentes que actúan en el centro de gravedad de la cuña deslizante. El empuje sísmico total P_{ae} conviene expresarlo en términos del coeficiente de empuje adimensional $K_{ae} = 2P_{ae}/\gamma H^2$, que para el caso de suelos no cohesivos y aceleración horizontal se reduce a la conocida ecuación de M-O dada por:

$$K_{ae} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \beta)}{\cos \theta \cos^2 \beta \cos(\delta + \beta + \theta) \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \theta - i)}{\cos(\delta + \beta + \theta) \cos(i - \beta)}} \right)^2} \quad (1)$$

en donde θ es ángulo que forma la resultante de las fuerzas de inercia y el peso de la cuña de suelo, ϕ el ángulo de fricción del suelo, δ el ángulo de fricción entre el suelo y el muro, β la inclinación del muro con respecto al eje vertical y el ángulo i la inclinación del relleno. Diversos investigadores han validado experimentalmente la ecuación de M-O para suelos de baja altura en mesas vibratorias [3,10,11,12], y en general, si los experimentos reproducen de modo aproximado las hipótesis implícitas en la teoría, los resultados son similares como se observa en la Fig. 1.

Si bien la teoría de M-O predice que la resultante del empuje sísmico actúa a una altura de $0.33H$ con respecto a la base del muro, los experimentos en mesas vibratoras sugieren que ésta actúa entre $0.4H$ - $0.5H$. Luego de una extensa revisión de casos historia y de resultados experimentales, Seed y Whitman [6] recomiendan evaluar el empuje como $K_{ae} = K_a + \Delta K_{ae}$ para el caso de muros verticales y rellenos horizontales con $\phi = 35^\circ$, en donde K_a es el coeficiente estático de Coulomb y $\Delta K_{ae} = 3/4k_h$ la componente dinámica del empuje aplicado a una altura de $0.6H$ respecto a la base. El punto de aplicación de la componente dinámica es motivo de un constante debate en la comunidad geotécnica y aún no existe consenso respecto de qué valor es el más adecuado. En primer lugar, la distribución ‘triangular invertida’ de empujes sísmicos que se observa en los modelos experimentales es una consecuencia directa de las condiciones de borde impuestas [9], y segundo, que los ensayos en mesas vibratoras convencionales no se pueden escalar fácilmente a muros de mayor altura, ya que la resistencia del suelo es función de la presión de confinamiento y su respuesta es altamente no lineal.

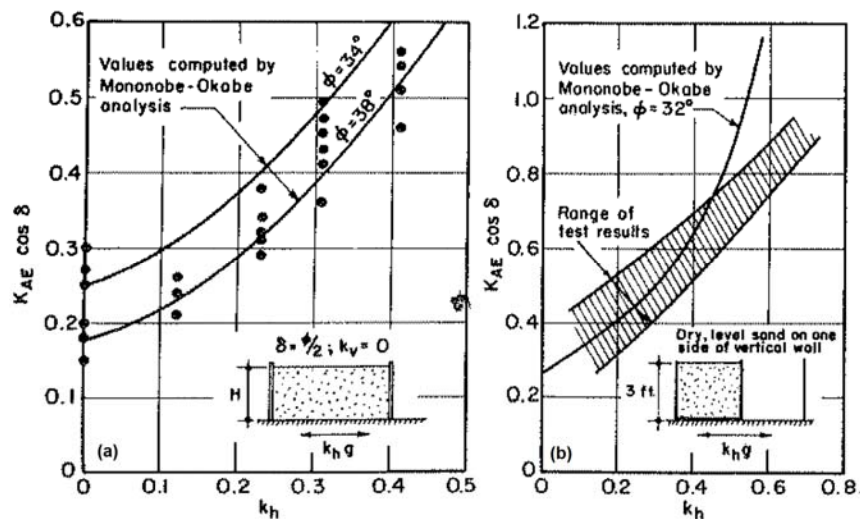


Fig. 1 – Resultados experimentales de (a) Mononobe y Matsuo y (b) Jacobsen para muros de baja altura y rellenos compuestos de arena media. Fuente: ref [6].

Los problemas de escalamiento pueden ser resueltos mediante ensayos centrífuga. Estudios recientes [8,9,16] con rellenos cohesivos y no-cohesivos han mostrado que la componente sísmica del empuje aumenta monótonicamente con la aceleración de superficie (PHA_{ff}) y es significativamente menor que las predicciones de Okabe y M-O para $PHA_{ff} > 0.4g$. Mediante el uso de celdas de presión, los investigadores observaron que la distribución del empuje total es lineal y aumenta en profundidad, con la resultante aplicada en $0.33H$ para suelos no cohesivos y entre $0.40H$ - $0.45H$ para suelos cohesivos con $c/\gamma H = 0.1$ - 0.4 .

Los métodos clásicos de análisis asumen que la aceleración en el relleno es uniforme, lo cual implica que el suelo es indeformable y que las ondas de corte viajan a una velocidad infinita. Steedman y Zeng [12] modificaron la teoría de M-O para incluir la flexibilidad del relleno y el efecto de diferencias de fase en el movimiento para un suelo no cohesivo. Los investigadores desarrollaron una expresión para la fuerza de inercia utilizando un movimiento armónico de la base y una distribución sinusoidal de las aceleraciones en profundidad. Este supuesto satisface la

ecuación de ondas en un medio elástico, pero no considera la onda reflejada, y en consecuencia no se cumplen las ecuaciones de equilibrio en la superficie libre. Steedman y Zeng [12] concluyeron que la magnitud del empuje sísmico no se ve afectada considerablemente por la diferencia de fases, pero sí la ubicación de la resultante, la cual varía entre 0.33H-0.55H y es función de la razón entre el período fundamental del relleno y el período del input de aceleración.

El análisis propuesto a continuación tiene por objetivo evaluar los empujes sísmicos en muros de contención con rellenos c-φ, tomando en cuenta la flexibilidad del relleno y un perfil de aceleraciones obtenido de un análisis de propagación de ondas en un medio visco-elástico.

3 Formulación del modelo propuesto

La teoría de M-O ha sido verificada experimentalmente en muros gravitatorios de baja altura y rellenos friccionales. Algunos de sus supuestos, sin embargo, no son válidos en estructuras reales y conducen a fuerzas de diseño innecesariamente altas. Por ejemplo, en la mayoría de los casos prácticos, el relleno detrás de un muro de contención ha sido compactado y posee algún grado de cohesión que puede contribuir significativamente a reducir los empujes sísmicos [5]. Asimismo, la teoría de M-O o métodos elásticos para muros de subterráneos [7], desprecian la capacidad del suelo de disipar energía. Por último, los métodos clásicos representan el movimiento sísmico usando únicamente el PHA o en algunos casos una señal armónica caracterizada por una única frecuencia. Estos supuestos, son apropiados en muros pequeños con rellenos friccionales y movimientos sísmicos de baja intensidad, pero imponen una gran limitación para el diseño de estructuras de contención de mayor altura o durante sismos de gran intensidad.

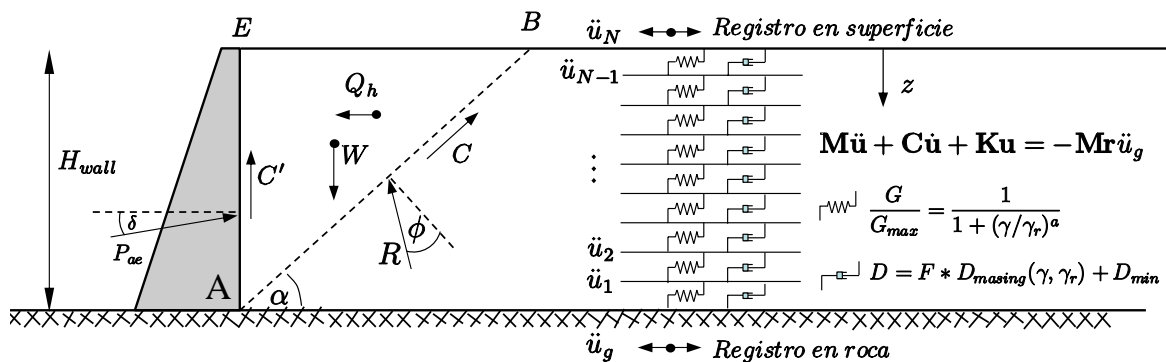


Fig. 2 – Modelo simplificado de muro de contención y relleno visco-elástico

En esta investigación se re-evalúa la teoría de empujes sísmicos propuesta por Okabe [1] y se propone una metodología simplificada para incluir las deformaciones por corte en el relleno, la distribución no-uniforme de aceleraciones y movimientos sísmicos reales. El modelo propuesto se ilustra esquemáticamente en la Fig. 2, el cual consiste en un muro vertical rígido y un relleno horizontal con resistencia al corte definida por el criterio de Mohr-Coulomb y rigidez al corte definida por un modelo de degradación hiperbólico. Además, en el relleno se asume una superficie de falla lineal entre A y B, y que la cuña de suelo ABE está en equilibrio límite. Las fuerzas que participan en este sistema corresponden a la resultante del empuje P_{ae} sobre el muro, el peso de la cuña de suelo, la resultante de las fuerzas de inercia Q_h , la reacción en el plano de falla, y las resultantes de las fuerzas de cohesión y adhesión en los planos deslizantes. De este modo, el

empuje P_{ae} se define a partir de las ecuaciones de equilibrio de la cuña de suelo en su estado límite, es decir en condiciones de colapso incipiente, y se puede expresar como:

$$P_{ae} = \frac{Q_h \cos(\alpha - \phi) + W \sin(\alpha - \phi) - C \cos \phi - C' \sin(\alpha - \phi)}{\cos(\alpha - \delta - \phi)} \quad (2)$$

Debido a que este problema es indeterminado desde el punto de vista geométrico, el empuje sísmico definido en la Ec. (2) está expresado en función del ángulo de inclinación del plano AB y, en consecuencia, la superficie de falla crítica se debe calcular maximizando el empuje con respecto al parámetro α . El cálculo de la fuerza de inercia Q_h se determinó a partir del perfil de aceleraciones de una columna de campo libre, y como primera aproximación se despreciaron los efectos de borde entre la respuesta del suelo y la respuesta de la estructura. De este modo la fuerza de inercia total en la cuña de suelo se calculó en función de la respuesta del suelo como:

$$Q_h = \int_0^{H_{wall}} \rho \frac{H_{wall} - z}{\tan \alpha} \ddot{u}_t(z, t) dz \quad (3)$$

La respuesta dinámica de la columna de suelo se determinó en base a un modelo lineal equivalente [17] y una subdivisión del suelo en pequeños estratos como se indica en la Fig. 2. Para efectos de este estudio, se utilizó un perfil de velocidades de corte definido en base a tres parámetros según se indica en la Ec. (4), el cual se puede adaptar para caracterizar diferentes perfiles de suelo [14]. La formulación, sin embargo, es genérica a cualquier forma del perfil de velocidades de corte.

$$V_s(z) = V_{s0}(1 + lz)^m \quad (4)$$

La rigidez efectiva G/G_{max} y el amortiguamiento histerético ξ en cada estrato se calculó como función de la deformación al corte de acuerdo al modelo hiperbólico propuesto por Darandeli y Stokoe [13]. Ejemplos de las curvas de degradación de rigidez y amortiguamiento del material se indican en la Fig. 3, evaluadas para suelos normalmente consolidados a una presión de confinamiento de 1 atm, frecuencia de 2 Hz y distintos valores del índice de plasticidad.

4 Análisis de la respuesta sísmica del modelo

Con el objeto de estudiar la respuesta sísmica de muros de contención sometidos a registros de aceleraciones reales, se realizó un análisis paramétrico del modelo para escenarios representativos de muros de contención reales. El análisis se efectuó para muros de altura $H_{wall} = \{10, 20, 30, 40\}$ m, y un relleno compactado de propiedades $\gamma = 19.2$ kN/m³, $\phi = 35^\circ$, $\delta = \frac{2}{3}\phi$, $c' = \frac{1}{2}c$ (adhesión) y $c = \{0, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20\}$ atm. El perfil de la velocidad de ondas de corte definido en la Ec. (4) se definió para valores de $V_{s0} = 200$ m/s, $\ell = 0.3$ y $m = 0.25$, lo cual es consistente con un suelo tipo III según la Norma Chilena NCh2745.Of2003, o de modo equivalente, un suelo tipo D o C según el código ASCE 7-05.

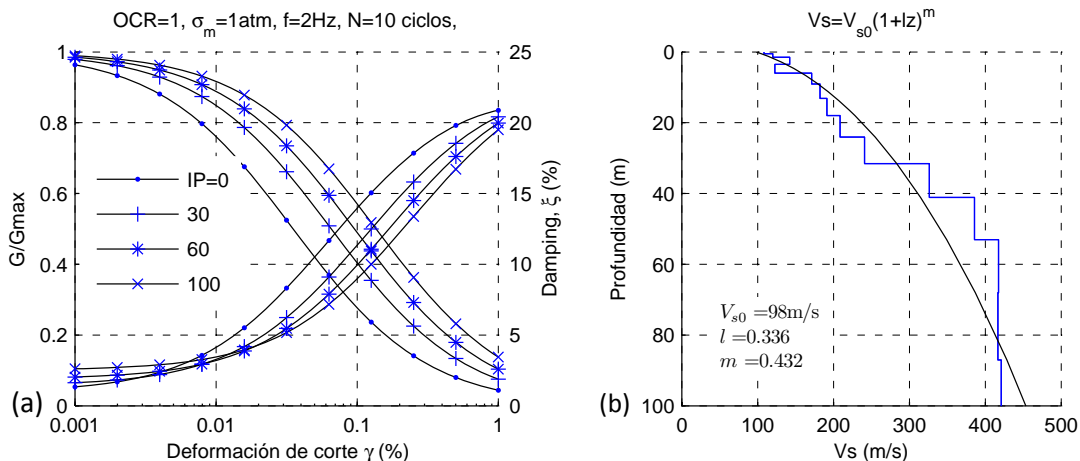


Fig. 3 – (a) Valores medios de G/G_{max} y amortiguamiento en suelos según Darandeli y Stokoe [13]. (b) Perfil de V_s medido en un relleno tipo y modelo continuo de V_s según Ec. (4)

En las simulaciones se utilizaron 60 registros de aceleración medidos en la superficie con Magnitudes entre 6 – 7, valores de V_{s30} entre 200 - 500 m/s, y distancias focales entre 30 km y 80 km. Los registros sísmicos fueron obtenidos de la base de datos del Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER) y fueron escalados tal que, la media geométrica de sus espectros de respuesta es compatible con el espectro de diseño para suelo tipo III y zona sísmica 2 propuesto en la Norma NCh2745Of2003. Los espectros de respuesta de los sismos seleccionados se presentan en la Fig. 4(a), en donde se puede apreciar la dispersión natural de ordenadas en torno a la media espectral.

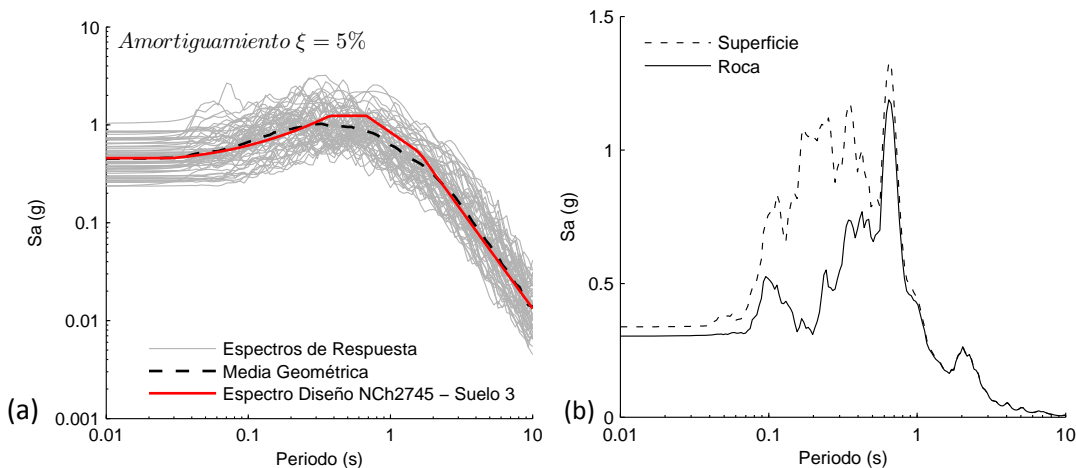


Fig. 4 – (a) Selección de espectros de aceleración ($\xi=5\%$) medidos en superficie y espectro de diseño NCh2745 para suelo tipo 3 y zona sísmica 2. (b) Espectro de respuesta ($\xi=5\%$) en superficie y espectro equivalente en roca para Northridge NGA_ID 963.

Para obtener una estimación realista de la amplificación del movimiento a distintas profundidades, cada registro de aceleración en superficie se convirtió a un registro equivalente en roca, mediante

la técnica de deconvolución ('*unshake*') [17], considerando frecuencias en el rango 0.01-25 Hz. Una comparación entre los espectros de superficie y de roca se presenta a modo de ejemplo en la Fig. 4(b), en donde se observa una amplificación de las ordenadas espectrales hacia la superficie para períodos entre 0 y 1 s. Del análisis de vibración en campo libre, las curvas de amplificación de la máxima aceleración horizontal en roca v/s suelo obtenidas, son consistentes con valores publicados para suelos cohesivos firmes y mezclas de suelos friccionales y cohesivos [15].

Las Ec. (2) y Ec. (3) fueron integradas numéricamente para los 60 registros de aceleración, y las 20 combinaciones de alturas de muro y cohesión del suelo. Los resultados del análisis se presentan en la Fig. 5 en términos del coeficiente de empuje sísmico incremental $\Delta K_{ae} = (P_{ae} - P_a) / 0.5\gamma H^2$ versus PHA en superficie de acuerdo a la nomenclatura adoptada por Seed y Whitman, la cual permite separar el empuje sísmico en una componente estática y una componente dinámica. A modo de referencia, en los gráficos se incluye los valores de empuje dinámico medidos en ensayos centrífuga [9], y empujes dinámicos según las teorías de Mononobe y Okabe [3] para suelos no-cohesivos, Okabe para suelos cohesivos, Steedman y Zeng para un relleno flexible, y la solución simplificada propuesta por Seed y Whitman.

Para el caso de rellenos no cohesivos se observa que el empuje dinámico de acuerdo a Steedman y Zeng es inferior a las predicciones de la teoría clásica de M-O, sin embargo, ambos se indefinen para $PHA_{ff}/g > \tan(\phi) = 0.7$. Usando la metodología propuesta, se observa que las fuerzas de inercia calculadas a partir de análisis de campo libre y registros de aceleración reales tienen un efecto significativo en el empuje. Si la distribución de aceleración en el relleno es aproximadamente uniforme al momento de P_{ae} máximo, el presente análisis converge a la solución de M-O. Sin embargo, si la diferencia de fase entre el movimiento en roca y la superficie es importante, el empuje dinámico disminuye hasta un 50% para $PHA_{ff}/g = 0.6$. En consecuencia, los coeficientes de empuje según M-O son una cota superior al método basado en la respuesta de campo libre. Para aceleraciones de superficie menores a 0.4g-0.5g la dispersión del empuje está bien acotada y se explica por la variabilidad aleatoria de los registros de aceleración. En el caso de $PHA_{ff} > 0.6g$ la dispersión del empuje es considerablemente mayor y refleja la incapacidad del relleno de movilizar la resistencia requerida para equilibrar las fuerzas sísmicas.

En el caso de rellenos cohesivos, el empuje dinámico que predice la teoría de Okabe disminuye para todo el rango de aceleraciones debido al incremento de resistencia movilizada en el plano de falla. La presencia de cohesión en el plano de deslizamiento es una reserva importante de resistencia y, por lo tanto, disminuye el volumen de suelo comprometido en la falla. Usando el método propuesto, la magnitud de los empujes dinámicos aumenta con la aceleración en superficie y es consistente con los valores de empuje según los métodos de Okabe, y Seed y Whitman. Como se puede observar en la Fig. 5, un pequeño aumento en el nivel de cohesión disminuye considerablemente el empuje dinámico para PHA_{ff} entre 0.4g – 0.6g. La altura del muro de contención tiene un marcado efecto en la magnitud del coeficiente de empuje dinámico. Los métodos clásicos de análisis predicen valores de ΔK_{ae} independientes de la altura del muro, sin embargo en la metodología propuesta para un mismo valor de PHA_{ff} , el coeficiente de empuje dinámico disminuye en muros de mayor altura debido a que los perfiles de aceleración se alejan cada vez más de una distribución uniforme, tal como se observa en la Fig. 6, y en consecuencia la contribución de fuerza de inercia Q_h determinada a partir de la Ec. (3) también disminuye.

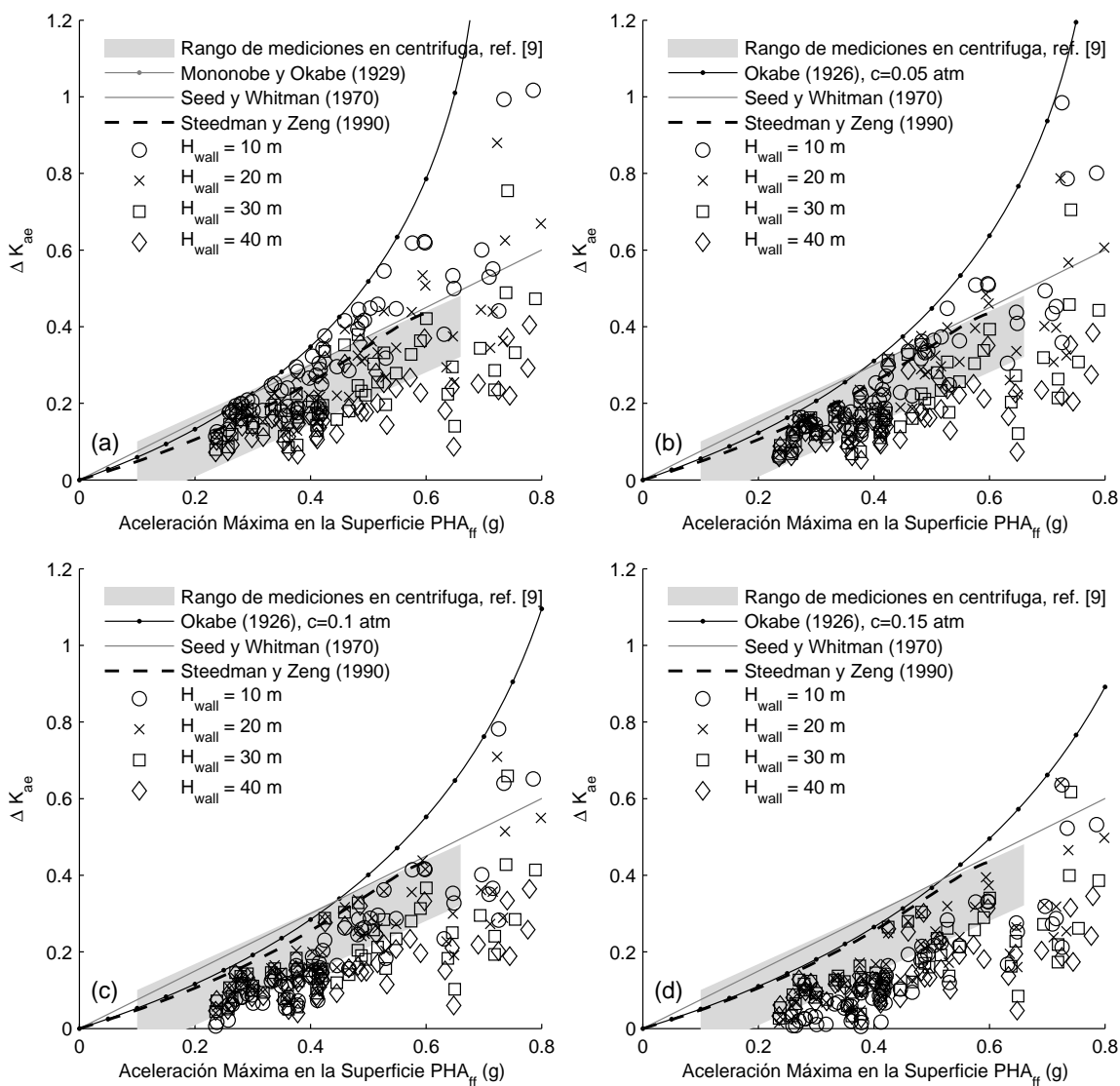


Fig. 5 – Coeficientes de empuje dinámico calculados para un relleno de propiedades (a) $\phi=35^\circ, c=0$ (b) $\phi=35^\circ, c=0.05 \text{ atm}$, (c) $\phi=35^\circ, c=0.10 \text{ atm}$, y (d) $\phi=35^\circ, c=0.15 \text{ atm}$

Los resultados de este estudio son consistentes con los empujes obtenidos experimentalmente en una serie de ensayos centrífuga [8,9] en suelos cohesivos con $\phi = 35^\circ$ y $c = 0.15 \text{ atm}$ y suelos no-cohesivos, en cuanto los empujes resultantes son significativamente menores a los valores que entregan las teorías clásicas de equilibrio límite. Según se observa en la Fig. 5 (b-d), el rango de ΔK_{ae} medido en el relleno cohesivo es un buen límite superior para los valores calculados con el presente método, sin embargo para el caso del relleno no-cohesivo se observan algunas diferencias en los coeficientes de empuje para PHA_{ff} entre 0.4g y 0.6g.

Otros parámetros del modelo, como el nivel de adhesión (c_a) y el ángulo de fricción (δ) con el muro, tienen un efecto marginal sobre la magnitud del empuje sísmico, y para efectos del diseño, se consideran apropiadas las recomendaciones de Seed y Whitman y otros [5,6]. Factores como las tensiones residuales en el suelo y aumento de resistencia inducido por la compactación, y la profundidad de la roca sana con respecto a la base del muro están más allá de los alcances de este estudio y serán parte de otra investigación.

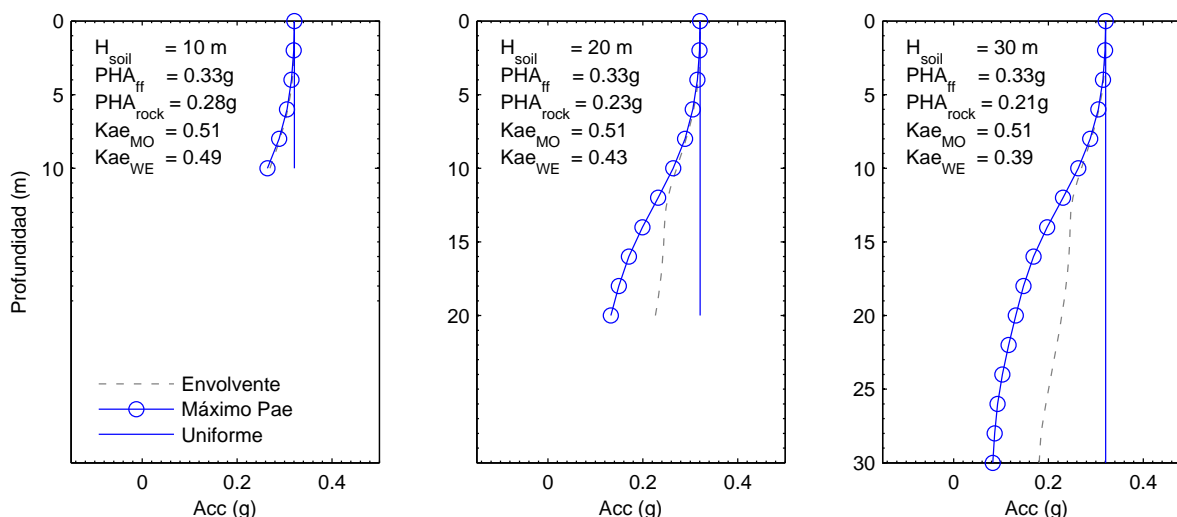


Fig. 6 – Perfiles de aceleración en un relleno friccional ($\phi = 35^\circ, c = 0$) y disminución del coeficiente de empuje sísmico en muros de mayor altura. Resultados correspondiente al sismo de Imperial Valley, M = 6.5. NGA ID 182.

5 Conclusiones

En este trabajo se presenta una modificación al método de equilibrio límite propuesto por Okabe (1926) para evaluar el empuje sísmico en muros de contención tomando en cuenta la distribución no-uniforme de aceleraciones en el suelo. En esta metodología las fuerzas de inercia en el relleno se obtienen de un análisis de vibraciones en campo libre, mediante la solución numérica de la ecuación de ondas en un medio visco-elástico. Se realizó un análisis paramétrico extenso para muros entre 10 m y 40 m de altura y diferentes niveles de cohesión. De los resultados se observa que el coeficiente de empuje dinámico aumenta con la aceleración de superficie y disminuye en los muros de mayor altura. También se observa una disminución significativa del coeficiente de empuje dinámico para pequeños niveles de cohesión. Los resultados numéricos presentados en este estudio son consistentes con mediciones experimentales realizadas en ensayos centrifuga.

Referencias

- [1] Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers, 12(1), 311.
- [2] Coulomb, C. A. (1776). Essai sur une application des règles de maximis & minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture. De l'Imprimerie Royale.

- [3] Mononobe, N., and Matsuo M. 1929. On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings, World Engineering Congress 9: 179-187.
- [4] Lew, M., Sitar, N., Al Atik, L., Pourzanjani, M., & Hudson, M. B. (2010). Seismic earth pressures on deep building basements. In Structural Engineers Association of California, Proceedings of the Annual Convention.
- [5] Anderson, D. G., Martin, G. R., Lam, I., & Wang, J. N. (2008). Seismic analysis and design of retaining walls, slopes and embankments, and buried structures. NCHRP Rep, 611.
- [6] Seed, H. B., and Whitman, R. V. 1970. Design of earth retaining structures for dynamic loads. ASCE Specialty Conference, Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures, Cornell Univ., Ithaca, New York, 103–147.
- [7] Wood, J. H. 1973. Earthquake induced soil pressures on structures. PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, CA.
- [8] Sitar, N., Mikola, R. G., & Candia, G. (2012). Seismically induced lateral earth pressures on retaining structures and basement walls. Geotechnical Engineering State of the Art and Practice, 335-358.
- [9] Candia, G. A. (2013). Experimental and Numerical Modeling of Seismic Earth Pressures on Retaining Walls with Cohesive Backfills (Doctoral dissertation, University of California Berkeley).
- [10] Matsuo, H. 1941. Experimental study on the distribution of earth pressures acting on a vertical wall during earthquakes. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 27(2).
- [11] Matsuo, H., & O'Hara, S. (1965). Dynamic pore water pressure acting on quay walls during earthquakes. In Proceedings of the Third World Conference on Earthquake Engineering (Vol. 1, pp. 130-140).
- [12] Steedman, R. S., & Zeng, X. (1990). The influence of phase on the calculation of pseudo-static earth pressure on a retaining wall. Geotechnique, 40(1), 103-112.
- [13] Darandeli, M. (2001). Development of a new family of normalized moduli reduction and material damping curves [Ph. D. Thesis] (Doctoral dissertation, Austin: University of Texas at Austin).
- [14] Gazetas, G. (1982). Vibrational characteristics of soil deposits with variable wave velocity. International journal for numerical and analytical methods in Geomechanics, 6(1), 1-20.
- [15] Seed, R. B., Chang, S. W., Dickenson, S. E., & Bray, J. D. (1997, March). Site-dependent seismic response including recent strong motion data. In Proc., Special Session on Earthquake Geotechnical Engineering, XIV Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Hamburg, AA Balkema Publ (pp. 125-134).
- [16] Al Atik, L., & Sitar, N. (2010). Seismic earth pressures on cantilever retaining structures. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering, 136(10), 1324-1333.
- [17] Schnabel, P. B., J. Lysmer, and H. B. Seed (1972). "SHAKE: A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites." University of California—Berkeley, Earthquake Engineering Research Center, Report No. EERC 72-12, December.